1. Предприятие выпускает продукцию четырех видов П1-П4, для изготовления которой используются ресурсы трех видов: трудовые, сырье и оборудование. Нормы расхода каждого вида ресурса на изготовление единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Таблица: Нормы расхода ресурсов на выпуск единицы продукции

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ресурс | Вид продукции | | | | Объем ресурса |
| П1 | П2 | П3 | П4 |
| Трудовой | 1 | 1 | 1 | 1 | 16 |
| Сырье | 6 | 5 | 4 | 3 | 110 |
| Оборудование | 4 | 6 | 10 | 13 | 100 |
| Цена | 60 | 70 | 120 | 130 |  |

Прибыль получаемая от реализации единицы продукции, равна: для продукции П1 – 60 у.е., для П2 – 70 у.е., для П3 – 120 у.е., для П4 – 130 у.е. Определить оптимальный план производства каждого вида продукции, максимизирующий прибыль данного предприятия.

**Решение**.   
Обозначим через x1..x4 число изготавливаемых продуктов. Тогда условие задачи может быть записано в следующем виде:

Припишем каждому из видов сырья, используемых для производства продукции, двойственную оценку, соответственно равную y1, y2 и у3. Тогда общая оценка сырья, используемого на производство продукции, составит.

Как видно, данные задачи образуют симметричную пару двойственных задач. Решение прямой задачи дает оптимальный план производства изделий, а решение двойственной – оптимальную систему оценок сырья, используемого для производства этих изделий. Чтобы найти решение этих задач, следует сначала отыскать решение какой–либо одной из них.   
  
Приведем математическую модель задачи к каноническому виду. Для этого избавимся от знаков неравенств посредством ввода дополнительных переменных и замены знака неравенства на знак равенства. Дополнительная переменная добавляется для каждого неравенства, причем эта переменная указывается в целевой функции с нулевым коэффициентом. Правило ввода дополнительных переменных: при ">=" - переменная вводится в неравенство с коэффициентом (-1); при "<=" - с коэффициентом (+1).

Экономический смысл введенных дополнительных переменных - остатки соответствующих ресурсов каждого вида. Для решения задачи составим симплекс-таблицу.

Симплекс-таблица составляется так:

В графе "Базис" записываются вектора переменных, принимаемые за базисные. На первом этапе это – A5, A6, A7. Базисными будут переменные, каждая из которых входит только в одно уравнение системы, и нет такого уравнения, в которое не входила бы хотя бы одна из базисных переменных.   
         В следующий столбец  записываются коэффициенты целевой функции, соответствующие каждой переменной. Столбец В – столбец свободных членов. Далее идут столбцы коэффициентов Аi при  i –й переменной.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Базис | С | В | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | А6 | А7 |
| 1 | А5 | 0 | 16 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | А6 | 0 | 110 | 6 | 5 | 4 | 3 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | А7 | 0 | 100 | 4 | 6 | 10 | 13 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | Fi-Ci |  | 0 | -60 | -70 | -120 | -130 |  |  |  |

Следует отметить, что оценки для базисных векторов всегда равны нулю.

Преобразование симплекс-таблицы ведется следующим образом:   
**Шаг 1**: Проверяется критерий оптимальности, суть которого состоит в том, что все оценки  должны быть неотрицательны. В нашем случае этот критерий не выполнен, поэтому переходим ко второму шагу.   
**Шаг 2**: Для отрицательных оценок вычисляются величины:

Из этих элементов выбирается тот, для которого вычисленное произведение минимально, в нашем случае  минимально -1200, поэтому выбираем третий столбец, а в качестве так называемого разрешающего элемента выбирается первый элемент третьего столбца (по значению Θ3) – 1 (выделен в таблице).